El cuadrado escolástico de oposición de la cuantificación y la modalidad

Juan Manuel Campos Benítez

1. Introducción

Presentamos el cuadrado de oposición de la modalidad y la cuantificación que se encuentra en autores medievales. Nuestro objetivo es mostrar una doctrina lógica compleja de tal manera que sea accesible a cualquiera que esté familiarizado con las oraciones categóricas del cuadrado de oposición "tradicional". Los estudiantes que conozcan estas doctrinas podrán entender esta teoría medieval que involucra las nociones modales.

2. Elementos

Comencemos pues con los elementos más básicos:

Hay oraciones que involucran cuantificadores, por ejemplo:

"todo hombre es marsupial"

donde la palabra "todo" se aplica a la palabra "hombre". Por supuesto que no se trata solo de palabras pues de hecho no estamos hablando de palabras sino de aquello a lo que las palabras se refieren. Así en nuestra oración "todo hombre es marsupial" queremos decir que toda aquella cosa que es hombre es también marsupial. Y lo es de cierta manera. Para ilustrar esto pongamos otro ejemplo con una oración de la misma forma

"todo hombre es calvo"

por supuesto que no todo hombre es calvo, pues la mayoría no lo son, así que nuestra oración es falsa. Pero ocurre que algunos hombres sí son calvos pero no ocurre que algunos hombres sean marsupiales, así que hay una diferencia entre ser calvo y ser marsupial cuando se predica de los hombres. En el primer caso tenemos una oración falsa que no puede ser verdadera, ni siquiera de algunos, pues si cambiamos el cuantificador "todo" por "el cuantificador "algún" como en la siguiente oración

"algún hombre es marsupial"

tenemos todavía una oración falsa, pero no ocurre lo mismo cuando hacemos la misma operación con la oración que dice que todo hombre es calvo pues al decir que

"algún hombre es calvo"

tenemos una oración verdadera pues de hecho algunos hombres son calvos. La diferencia consiste en que hay algunos predicados que no pueden predicarse del hombre, cualquiera que sea éste, como el ser marsupial, pero hay algunos que sí pueden predicarse de algunos, como el ser calvo precisamente. De la misma manera tenemos predicados que tienen que predicarse del hombre, como cuando decimos que

"todo hombre es animal"

no podemos afirmar que algún hombre no lo sea, a diferencia de nuestro anterior ejemplo de los hombres calvos. Cuando un predicado tiene que predicarse de todos tenemos un predicado necesario y cuando tenemos un predicado que se predica de algunos, pero no todos, tenemos un predicado contingente, como cuando decimos que algún hombre es calvo.

3. Los elementos modales

Tenemos pues los modos en que una oración es verdadera o falsa. Los modos que hemos vistos son dos: necesario y contingente. Hay otros dos: posible e imposible. Los medievales trataban los cuatro, pero nosotros en nuestra exposición trataremos solamente dos. De hecho son los modos considerados básicos pues el modo imposible puede definirse como la negación de la posibilidad y la contingencia puede definirse como una doble posibilidad, pues si bien en nuestro ejemplo la oración "algún hombre es calvo" es una oración verdadera, también la oración "algún hombre no es calvo" lo es. La contingencia puede definirse como la doble posibilidad, a saber, la de que algún hombre sea y la de que algún (otro) no lo sea. Ahora bien, los modos pueden predicarse de dos maneras, pueden aparecer en la oración de dos maneras: dentro y fuera de ella. Si usamos los símbolos usuales tenemos que la oración "todo hombre es animal" puede simbolizarse así:

$$(x)[Hx \quad Ax]$$

y cuando el modo, digamos necesario (simbolizado por "|") se coloca fuera de la oración tenemos

$$| \ (x)[Hx \quad Ax]$$

que se lee: "es necesario que todo hombre sea animal", y se dice que la necesidad es *de dicto*, pues el modo califica, se toma como predicado de toda la oración. Pero cuando el modo se coloca dentro de la oración, como cuando decimos "todo hombre es necesariamente animal", tenemos la llamada necesidad *de re*, que puesta en símbolos queda así (x)[Hx Ax]

tenemos pues dos tipos de modalidad: *de dicto* y *de re*. Los modos que vamos a considerar son los modos necesario y posible, este último lo vamos a simbolizar con " ", y vamos a tratar solamente la modalidad *de re*, así que un ejemplo será

(x)[Hx Ax]

que se lee:

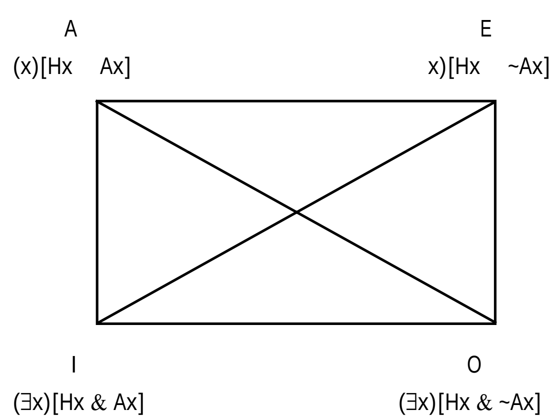
"todo hombre posiblemente es animal"

4. El cuadrado de oposición para la cuantificación

Podemos ordenar un cuadrado tradicional de oposición, sin que de momento consideremos los modos, y recordando las letras usuales para el mismo:

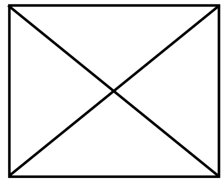
Tipo de oración	ejemplo en símbolos	
A: universal afirmativa:	"todo hombre es animal"	(x)[Hx Ax]
E: universal negativa:	"ningún hombre es animal"	(x)[Hx ~Ax]
I: particular afirmativa:	"algún hombre es animal"	(∃x)[Hx & Ax]
O: particular negativa:	"algún hombre no es animal"	(∃x)[Hx & ~Ax]

El cuadrado queda entonces así:



Este cuadrado tiene que ver con la cuantificación, y tenemos aquí dos cuantificadores: "todo" y "algún", llamados cuantificadores "universal" y "particular o existencial", y les corresponden la letra A e I respectivamente. Y cuando les colocamos una negación *después* tenemos los cuantificadores "universal negativo" y "particular negativo", con las letras E y O respectivamente. Simplificando un poco, y considerando solamente los cuantificadores sin que nos importe de momento la oración donde aparecen podemos formar este cuadro:

Todo Todo… no (ninguno)



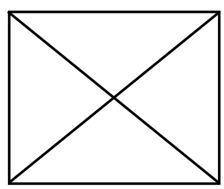
Alguno Alguno… no

Vamos a omitir una cosa: un cuantificador tiene su equivalente con la ayuda de la negación, por eso: si niego el particular (no existe alguno que…) obtengo su equivalente: ninguno (todo… no). Si niego que algo sea azul, esto equivale a que nada es azul, o bien, todo no es azul. Por eso es posible complicar un poco el cuadrado colocando el equivalente de cada expresión teniendo así dos expresiones en cada esquina.

5. El cuadrado de oposición para la modalidad

Ahora bien, lo mismo podemos hacer con los modos "necesario" y "posible", donde toman *exactamente el mismo lugar* que los cuantificadores universal y particular. Formaremos un cuadro solamente con los modos, sin que nos importe de momento la oración que califican ni que ésta sea *de re* o *de dicto*.

Necesario Necesario… no (imposible)



Posible Posible… no

Este cuadrado de oposición modal tiene las mismas relaciones que el cuadrado de oposición tradicional, a saber: relaciones entre oraciones contrarias, subcontrarias, subalternas y contradictorias. De hecho el percatarse de esta semejanza ha dado pie al desarrollo de las llamadas lógicas "modales", en dos sentidos de la palabra. El primero que podemos llamar sentido restringido abarca los modos "necesario" y "posible", llamadas también modalidades "aléticas" o modos de verdad y que es el que expresamos en el cuadrado anterior; el segundo lo podemos llamar sentido "amplio" y abarca, además de las nociones anteriores, otras nociones como las temporales ("siempre", "a veces"), epistémicas ("saber", "creer"), deónticas ("obligación", "permisión"). Fueron estudiadas por los medievales, y en ellas también rigen las relaciones usuales, con algunas restricciones que por el momento no vienen al caso. Así que podemos considerar las letras A, E, I y O de manera muy abstracta, de tal manera que puedan ejemplificarse con cualquiera de estos modos, incluyendo la cuantificación ordinaria, a la que estamos acostumbrados en nuestros cursos de lógica elemental. De hecho estas lógicas modales se consideran "extensiones" de la lógica elemental debido precisamente a estas semejanzas.

Omitimos también las equivalencias entre los modos aunque podrían colocarse también en cada esquina. Aunque a veces convendrá usar expresiones alternativas, por ejemplo "Es necesario que no..." suena mejor' "es imposible", corresponden al lugar E.

6. La modalidad y la cuantificación combinadas

Podemos combinar la modalidad y la cuantificación, es decir, los operadores modales y los cuantificadores. Pero recordemos que podemos tomar la noción de "cantidad" en un sentido muy abstracto que puede interpretarse de varias maneras, entre ellas como cuantificación y modalidad. Puede parecer muy raro este uso de "cantidad" pero no lo es en la tradición filosófica. Ya los medievales usaban "universal" para el modo "necesario" y "particular" para el modo "posible" y en nuestros días es frecuente escuchar que una verdad necesaria es aquella que es verdadera "en *todo* mundo posible" y una verdad posible es aquella que es verdadera "en *algún* un mundo posible", siguiendo una intuición de Leibniz. Esto ha conducido a Saúl Kripke y otros a la llamada "cuantificación sobre mundos posibles", donde la relación entre la cantidad y los modos es evidente.

Pasemos pues a combinar la cuantificación y la modalidad. Recordemos que la distinción entre oraciones modales *de dicto* y *de re* está basada en la posición del modo; cuando califica a toda la oración tenemos la primera y cuando está dentro de la oración la segunda.

Vamos a considerar solamente la modalidad *de re*. Vamos, también, a adoptar esta convención: usaremos dos letras para indicar una oración modal, la primera letra indica el cuantificador (de toda la oración) y la segunda el modo de la oración modal dividida (que es otro nombre para la modal *de re).* Las letras serán las letras del cuadrado de oposición: A, E, I y O, pero combinadas, es decir, tendremos dos letras juntas, por ejemplo:

AI: donde el cuantificador es universal y el modo particular, esto es, posible. Por ejemplo "todo hombre posiblemente es animal".

Si alteramos esta convención, colocamos primero el modo y luego la oración tendríamos la modalidad *de dicto* o compuesta (y la oración se leería "es necesario que algún hombre sea animal") pero, como hemos dicho, no la trataremos aquí.

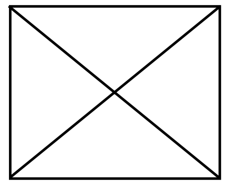
7. Las oraciones combinadas y dos cuadrados

Comencemos con una oración con el sujeto "hombre" y el predicado "disputa" y combinemos cuantificación y modalidad usando nuestras letras: si el cuantificador es universal afirmativo y el modo es necesario, tenemos una oración AA. Ensayemos las posibles combinaciones, comenzando con las universales por el cuantificador:

AA: "todo hombre necesariamente disputa"
AE: "todo hombre imposiblemente disputa"
AI: "todo hombre posiblemente disputa"
AO: "todo hombre posiblemente no disputa"

Que podemos ordenar en el siguiente cuadro

AA AE



AI AO

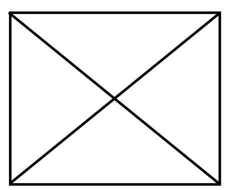
Donde notamos las relaciones usuales del cuadrado de oposición . Mostraremos solo un caso, las contrarias. Dos oraciones son contrarias cuando no pueden ser ambas verdaderas pero sí pueden ser ambas falsas. Y esto se cumple pues oraciones como “todo hombre necesariamente discute” y “todo hombre imposiblemente discute” (esto es, “ningún hombre posiblemente discute”, que es su equivalente) pueden ser ambas falsas.

Y ahora con las particulares por el cuantificador

IA: “algún hombre necesariamente discute”
IE: “algún hombre imposiblemente discute”
II: “algún hombre posiblemente discute”
IO: “algún hombre posiblemente no discute”

Que expresadas en el cuadrado quedan así

IA IE



II IO

(una breve digresión)

Y estas son todas las combinaciones. Pero puede preguntarse el lector por otras posibles, como aquellas combinaciones que comiencen con una oración negativa. Pues, en efecto, nuestras combinaciones comienzan con las oraciones universales y particulares afirmativas. Sin embargo, éstas son todas pues el carácter de la negación, que es interno, y la presencia del operador modal también interno, pues se trata de modales *de re*, convierten en afirmativas las oraciones. El lector puede, como ejercicio, simbolizar las oraciones que comiencen con E o con O y aplicar las equivalencias entre los modos.

8. El cuadrado complejo para modalidad y cuantificación

Procedamos ahora a integrar estos dos cuadros en uno solo, más complejo. La razón es que las relaciones del cuadrado de oposición se aplican a ambos, combinados. Por ejemplo consideremos la oración

AA,

en el primer cuadro. Sabemos que una oración universal implica a la particular; pero la primera oración del segundo cuadro es

II

ambos, el modo y el cuantificador particulares, así que está implicada por la primera.

Y la oración

AI

Implica a la oración

II

Pero esta vez solamente respecto al cuantificador, no al modo, pues ambos son "particulares", es decir, posibles. Por eso las relaciones han de atender ya sea al cuantificador, ya sea al modo, o a ambos. Todo eso se expresa en el siguiente cuadro:

AA	AE
AI	AO
IA	IE
II	IO

Recordemos las contrarias: A/E, subcontrarias I/O, contradictorias A/O, E/I, subalternas A/I, E/O. En base a ello podemos establecer las relaciones en el cuadrado de arriba. Así que procedamos a ejemplificarlo con nuestras oraciones simbolizadas:

(x)[Hx |Dx]	(x)[Hx ~ Dx]
(x)[Hx Dx]	(x)[Hx ~Dx]
(∃x)[Hx & |Dx]	(∃x)[Hx & ~ Dx]
(∃x)[Hx & Dx]	(∃x)[Hx & ~Dx]

donde las flechas indican la subalternación y las líneas la relaciones de contrariedad y subcontrariedad. (podrían diferenciarse usando líneas diferentes —buena tarea para el diestro en el ordenador!).

Otro paso que podríamos dar sería la traducción de los símbolos al español. Ofreceré solo algunos, los demás constituyen un ejercicio para el lector:

AO: "todo hombre posiblemente no disputa"
IA: "algún hombre necesariamente disputa"
IE: "algún hombre imposiblemente disputa", equivalente a
"algún hombre necesariamente no disputa"

AI: "todo hombre posiblemente disputa"

Y este es el cuadrado modal de cuantificación de los escolásticos.

9. Fuentes y bibliografía

El lector puede encontrar los cuadrados sencillos para la cuantificación y la modalidad en Pedro Hispano, *Tractatus*, en el Tratado 1. Hay traducción española de Mauricio Beuchot, *Tractatus, llamados después Summule logicales* (México: UNAM, 1986). En William de Sherwood, *Introductiones in logicam* puede encontrar una breve pero no desarrollada combinación de modalidad y cuantificación. Tomás de Aquino es ya plenamente consciente del paralelismo entre cuantificación y modalidad, en "Sobre las proposiciones modales", en *Opúsculos filosóficos selectos*, selección y traducción de M. Beuchot (México: SEP, 1986). Los tres autores son del siglo trece. La *doctrina* lógica del cuadrado se encuentra ya en los autores del siglo catorce como lo son Jean Buridan, Walter Burley, pero nos hemos basado en Alberto de Sajonia, *Perutilis logica*, en la edición bilingüe de Ángel Muñoz, *Lógica muy útil o utilísima* (México: UNAM, 1988). El *cuadrado* no aparece aquí, pero lo encontramos ya en dos autores novohispanos: Alonso de la Veracruz en su "Sobre las oraciones modales" (en *Antología de Fray Alonso*, edición de Mauricio Beuchot, traducción del capítulo por Walter Redmond, Morelia: Universidad Nicolaíta de San Nicolás de Hidalgo, 1988) y Tomás de Mercado, *Comentarios sutilísimos a la obra de Pedro Hispano* (traducción de M. Beuchot, México: UNAM, 1986). Para un panorama muy completo de la lógica escolástica del siglo dieciséis es imprescindible el texto de Walter Redmond, *La lógica del siglo de oro* (Pamplona: Universidad de Navarra, 2002).

10. Palabras finales: sobre la enseñanza de la lógica

Hemos expuesto una teoría lógica escolástica que incluye a medievales y a autores del siglo del renacimiento, por eso usamos "escolástico" en lugar de "medieval". Puede notarse la complejidad de la doctrina pero debemos notar que está expuesta, desde sus inicios, a jóvenes que comienzan su aprendizaje de la lógica. Nuestra exposición está dirigida a aquellos que ya han llevado algún curso de lógica, ya sea en el bachillerato o en los inicios de alguna carrera. Con todo, nunca ha sido fácil tarea enseñarla, ya en la edad media los estudiantes se quejaban y hasta componían versos expresando sus pesares, al estilo goliardo. He tratado de presuponer muy poco, la doctrina de las oraciones categóricas cuantificadas, y a partir de ahí llegar a la modalidad y la cuantificación. El aprendizaje de esto ha hacerse con la pluma en mano, escribiendo, traduciendo, haciendo cuadros de oposición en el papel primero para que pueda pasar al entendimiento y a la vida cotidiana. No hay otra manera de aprender. El lector y el estudiante tienen la última palabra, en su aprendizaje, si lo hay, estará la prueba de que puede aprenderse —y enseñarse— la lógica si se le tiene una poquita de paciencia, pues, como ya se ha dicho, *patentia docet*.